

P4

PETA KARNAUGH (K-MAPS)

Hindiantoro

hindiantoro.wordpress.com

hindiantoro.uksw@gmail.com

085854777772

K-MAPS

- ⦿ Adalah cara penyederhanaan fungsi boole selain menggunakan teorema dan tabel kebenaran.
- ⦿ Berupa kotak-kotak yang jumlahnya sesuai kombinasi input.
- ⦿ Jika jumlah input n , maka jumlah kombinasi input atau jumlah kotak = 2^n
- ⦿ Dalam K-Maps dikenal istilah “tetangga dekat”, yaitu kotak-kotak yang memiliki satu atau lebih variabel yang sama atau kotak-kotak yang terletak dalam satu atau lebih bidang yang sama.
- ⦿ Yang dimaksud dengan bidang adalah sekumpulan kotak yang sudah diberi nama berdasarkan variabel inputnya.

Cont... K-Maps 2 Variable

A \ B	0	1
0	0	2
1	1	3

- Terdapat 2^2 kombinasi input/kotak.
- Jika ada 2 kotak bertetangga dekat bernilai 1, maka dapat digabung, dan menghasilkan 1 variabel tunggal.
- Untuk 1 kotak bernilai 1 dan tidak memiliki tetangga dekat, akan menyatakan 2 variabel

Contoh

➤ $y = \bar{A}B + A\bar{B}$

A \ B	0	1
0	0	1
1	1	0

➤ $y = \bar{A}B + A\bar{B} = B$

A \ B	0	1
0	0	0
1	1	1

➤ $y = \bar{A}\bar{B} + A\bar{B} + AB = A + \bar{B}$

A \ B	0	1
0	1	1
1	0	1

Latihan

Tentukan fungsi boole yang paling sederhana dari peta karnaugh berikut ini:

a) $y = \bar{A}$

A \ B	0	1
0	1	0
1	1	0

b) $y = \bar{A}\bar{B} + AB$

A \ B	0	1
0	1	0
1	0	1

Cont... K-Maps 3 Variable

- Terdapat $2^3 = 8$ kombinasi input/kotak.
- 4 kotak yang bertetangga dekat dapat digabung dan menyatakan 1 variabel tunggal.
- 2 kotak yang bertetangga dekat dapat digabung dan menyatakan 2 variabel.
- 1 kotak yang tidak bertetangga dekat akan menyatakan 3 variabel

	AB	00	01	11	10
C	0	0	2	6	4
	1	1	3	7	5

	A	0	1
BC	00	0	4
	01	1	5
	11	3	7
	10	2	6

Contoh

➤ $y = AB\bar{C} + \bar{A}BC + ABC + A\bar{B}C$
 $= AB + BC + AC$

	AB	00	01	11	10
C	0			1	
	1	1	1	1	

➤ $y = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}BC + ABC + A\bar{B}C$
 $= C$

	AB	00	01	11	10
C	0				
	1	1	1	1	1

➤ $y = \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + AB\bar{C} + ABC$
 $= B$

	AB	00	01	11	10
C	0		1	1	
	1		1	1	

Latihan-2

◎ Sederhanakan !

a)

$\begin{matrix} AB \\ \diagdown \\ C \end{matrix}$	00	01	11	10
0	1		1	1
1	1		1	1

b)

$\begin{matrix} AB \\ \diagdown \\ C \end{matrix}$	00	01	11	10
0	1		1	1
1		1	1	

c)

$\begin{matrix} AB \\ \diagdown \\ C \end{matrix}$	00	01	11	10
0	1			
1	1	1		1

d)

$\begin{matrix} AB \\ \diagdown \\ C \end{matrix}$	00	01	11	10
0			1	1
1		1	1	1

Cont... K-Maps 4 Variable

- Terdapat $2^4 = 16$ kombinasi input/kotak.
- 8 kotak yang bertetangga dekat dapat digabung dan menyatakan 1 variabel tunggal.
- 4 kotak yang bertetangga dekat dapat digabung dan menyatakan 2 variabel tunggal.
- 2 kotak yang bertetangga dekat dapat digabung dan menyatakan 3 variabel.
- 1 kotak yang tidak bertetangga dekat akan menyatakan 4 variabel

	AB	00	01	11	10
CD	00	0	4	12	8
	01	1	5	13	9
	11	3	7	15	11
	10	2	6	14	10

● Contoh

➤ $y = ABCD + ABC\bar{D} + A\bar{B}CD + A\bar{B}C\bar{D}$
 $= AC$

➤ $y = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}C\bar{D}$
 $= \bar{B}\bar{D}$

➤ $y = \bar{A}B + AB\bar{C} + ABCD + ABC\bar{D}$
 $= B$

	AB	00	01	11	10
CD	00				
	01				
	11			1	1
	10			1	1

	AB	00	01	11	10
CD	00	1			1
	01				
	11				
	10	1			1

	AB	00	01	11	10
CD	00		1	1	
	01		1	1	
	11		1	1	
	10		1	1	

LATIHAN - 3

◎ Sederhanakan !

AB \ CD	00	01	11	10
00	1			1
01		1		
11				1
10	1			1

Cont... K-Maps 5 Variable

- Terdapat $2^5 = 32$ kombinasi input/kotak.
- 16 kotak yang bertetangga dekat dapat digabung dan menyatakan 1 variabel tunggal.
- 8 kotak yang bertetangga dekat dapat digabung dan menyatakan 2 variabel tunggal.
- 4 kotak yang bertetangga dekat dapat digabung dan menyatakan 3 variabel tunggal.
- 2 kotak yang bertetangga dekat dapat digabung dan menyatakan 4 variabel.
- 1 kotak yang tidak bertetangga dekat akan menyatakan 5 variabel

		ABC				100				101				111				110				ABC	
		000	001	011	010	100	101	111	110	100	101	111	110	100	101	111	110						
DE	00	0	4	12	8	16	20	28	24	16	20	28	24	16	20	28	24	16	20	28	24	00	
	01	1	5	13	9	17	21	29	25	17	21	29	25	17	21	29	25	17	21	29	25	01	
	11	3	7	15	11	19	23	31	27	19	23	31	27	19	23	31	27	19	23	31	27	11	
	10	2	6	14	10	18	22	30	26	18	22	30	26	18	22	30	26	18	22	30	26	10	

Contoh

$$y = \bar{A}B\bar{D} + AB\bar{D} + \bar{A}\bar{B}D + A\bar{B}D$$

$$= B\bar{D} + \bar{B}D$$

		ABC				100				101				111				110				ABC	
		000	001	011	010	100	101	111	110	100	101	111	110	100	101	111	110	100	101	111	110		
DE	00			1	1			1	1			1	1			1	1			1	1	00	
	01			1	1			1	1			1	1			1	1			1	1	01	
	11	1	1			1	1			1	1			1	1			1	1			11	
	10	1	1			1	1			1	1			1	1			1	1			10	

Cont

◎ Contoh

➤ $y = \bar{A}BC + \bar{A}B\bar{C} + AB\bar{D} + ABD$
 $= B$

DE \ ABC	000	001	011	010
00			1	1
01			1	1
11			1	1
10			1	1

ABC \ DE	00	01	11	10
100			1	1
101			1	1
111			1	1
110			1	1

Latihan - 4

Sederhanakan !

a)

ABC	000	001	011	010
DE				
00		1	1	1
01		1	1	1
11		1	1	
10		1	1	

100	101	111	110	ABC
				DE
	1	1	1	00
	1	1	1	01
	1	1		11
	1	1		10

$$Y = C + B\bar{D}$$

b)

ABC	000	001	011	010
DE				
00	1			
01	1			
11				1
10		1	1	

100	101	111	110	ABC
				DE
	1			00
	1			01
			1	11
	1	1		10

$$Y = \bar{B}\bar{C}\bar{D} + CD\bar{E} + B\bar{C}DE$$

c)

ABC	000	001	011	010
DE				
00	1			1
01				
11				
10	1	1	1	1

100	101	111	110	ABC
				DE
	1			00
			1	01
				11
	1	1	1	10

$$Y = \bar{C}\bar{E} + D\bar{E}$$

Cont... K-Maps 6 Variable

- ⦿ Terdapat $2^6 = 64$ kombinasi input/kotak.
- ⦿ 32 kotak yang bertetangga dekat dapat digabung dan menyatakan 1 variabel tunggal.
- ⦿ 16 kotak yang bertetangga dekat dapat digabung dan menyatakan 2 variabel tunggal.
- ⦿ 8 kotak yang bertetangga dekat dapat digabung dan menyatakan 3 variabel tunggal.
- ⦿ 4 kotak yang bertetangga dekat dapat digabung dan menyatakan 4 variabel.
- ⦿ 2 kotak yang tidak bertetangga dekat akan menyatakan 5 variabel.
- ⦿ 1 kotak yang tidak bertetangga dekat akan menyatakan 6 variabel.

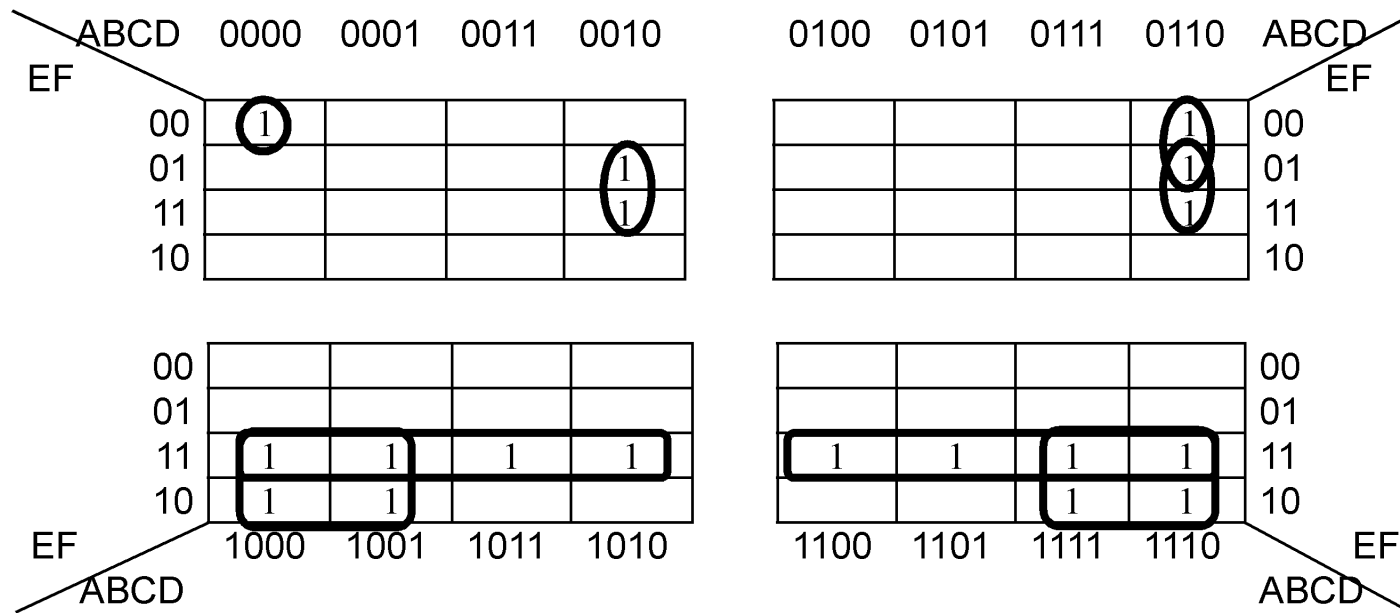
EF		ABCD								ABCD		EF	
		0000	0001	0011	0010	0100	0101	0111	0110				
00	01	11	10	00	01	11	10	00	01	11	10		
0	1	3	2	16	17	19	18	20	21	23	22		
4	5	7	6	28	29	31	30	24	25	27	26		
12	13	15	14	48	49	51	50	52	53	55	54		
EF		ABCD								ABCD		EF	
		1000	1001	1011	1010	1100	1101	1111	1110				
00	01	11	10	00	01	11	10	00	01	11	10		
32	33	35	34	48	49	51	50	52	53	55	54		
36	37	39	38	60	62	63	62	60	62	63	62		
44	45	47	46	56	57	59	58	56	57	59	58		

Cont.

Sederhanakan :

$Y(A, B, C, D, E, F) =$

$\Sigma m(0, 9, 11, 24, 25, 27, 34, 35, 38, 39, 43, 47, 51, 55, 58, 59, 62, 63)$



$$Y = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}\bar{E}\bar{F} + \bar{A}BC\bar{D}\bar{E} + \bar{A}C\bar{D}F + AEF + A\bar{B}\bar{C}E + ABC E$$

Pengelompokan berlebihan

- ◎ Pengelompokan hanya seperlunya saja, kalau semua sudah dikelompokkan, tidak perlu dikelompokkan lebih lanjut.

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	0	0
11	0	1	1	0
10	0	0	1	0

METODE QUINE- McCLUSKEY

- ⦿ Metode Peta Karnaugh hanya cocok untuk jumlah variable 6, lebih dari itu akan makin rumit. Selain itu juga sulit dilakukan pemrograman komputer, karena memerlukan pengamatan visual terhadap minterm yang akan dikelompokkan.
- ⦿ Metode alternatif adalah metode Quine-McCluskey yang dikembangkan oleh W.V. Quine dan E.J. McCluskey pada tahun 1950.
- ⦿ Aslinya, metode Quine McCluskey untuk menyederhanakan fungsi Boolean yang ekspresinya dalam bentuk SOP, namun metode ini dapat dimodifikasi sehingga dapat digunakan untuk ekspresi dalam bentuk POS.

Langkah-langkah Metode QUINE- McCLUSKEY

1. Nyatakan tiap *minterm* ke dalam *string* n bit.
2. Kelompokkan tiap *minterm* berdasarkan jumlah '1' yang dimilikinya dari yang paling sedikit.
3. Kombinasikan kelompok *minterm* n peubah dengan kelompok lain yang jumlah '1'-nya berbeda satu. Hasilnya adalah bentuk prima (*prime-implicant*) yang terdiri dari $n-1$ peubah. Minterm yang dikombinasikan diberi tanda " \surd ". Perbedaan bit diganti tanda "-".
4. Kombinasikan *minterm* dalam $n-1$ peubah dengan kelompok lain yang jumlah '1'-nya berbeda satu, sehingga diperoleh bentuk prima yang terdiri dari $n-2$ peubah. Yang bisa dikombinasikan posisi "-" sama.
5. Teruskan langkah 4 sampai diperoleh bentuk prima yang sesederhana mungkin.
6. Ambil semua bentuk prima yang tidak bertanda " \surd ". Buatlah tabel baru terhadap *minterm* dari ekspresi Boolean semula, tandai "x" *minterm* yang dicakup oleh bentuk prima tersebut. Setiap *minterm* harus dicakup oleh paling sedikit satu buah bentuk prima.
7. Pilih bentuk prima yang memiliki jumlah literal paling sedikit namun mencakup sebanyak mungkin *minterm* dari ekspresi Boolean semula. Hal ini dapat dilakukan dengan cara berikut :
 - a) Tandai kolom–kolom yang mempunyai satu buah tanda "x" dengan tanda "*", lalu beri tanda " \surd " di sebelah kiri bentuk prima yang berasosiasi dengan tanda "*" tersebut. Bentuk prima ini telah dipilih untuk fungsi Boolean sederhana.
 - b) Untuk setiap bentuk prima yang telah ditandai " \surd ", beri tanda *minterm* yang dicakup oleh bentuk prima tersebut dengan tanda " \surd ".
 - c) Periksa apakah masih ada *minterm* yang belum dicakup oleh bentuk prima terpilih. Jika ada, pilih dari bentuk prima yang tersisa yang mencakup sebanyak mungkin *minterm* tersebut. Beri tanda " \surd " bentuk prima yang dipilih itu serta *minterm* yang dicakupnya.
 - d) Ulangi langkah c sampai seluruh *minterm* sudah dicakup oleh semua bentuk prima.

Contoh 1 – Quine McCluskey

Sederhanakan fungsi Boolean $f(w, x, y, z) = \sum m(0,1,2,8,10,11,14,15)$

Penyelesaian :

➤ (Langkah 1-5)

(1-2)						(3)	(3)						(4)	(4)					
(a)							(b)							(c)					
term	w	x	y	z			term	w	x	y	z		term	w	x	y	z		
0	0	0	0	0	✓		0,1	0	0	0	-		0,2,8,10	-	0	-	0	← (6)	
							0,2	0	0	-	0	✓	0,8,2,10	-	0	-	0		
1	0	0	0	1	✓		0,8	-	0	0	0	✓							
2	0	0	1	0	✓								10,11,14,15	1	-	1	-	← (6)	
8	1	0	0	0	✓		2,10	-	0	1	0	✓	10,14,11,15	1	-	1	-		
							8,10	1	0	-	0	✓							
10	1	0	1	0	✓														
							10,11	1	0	1	-	✓							
11	1	0	1	1	✓		10,14	1	-	1	0	✓							
14	1	1	1	0	✓														
							11,15	1	-	1	1	✓							
15	1	1	1	1	✓		14,15	1	1	1	-	✓							

Cont.

Langkah 6-7

	Bentuk Prima	0	1	2	8	10	11	14	15	
		<i>minterm</i>								
√	0,1	×	×							x → L6
√	0,2,8,10	×		×	×	×				
√	10,11,14,15					×	×	×	×	
			*	*	*		*	*	*	1x = * → L7a1
		√	√	√	√	√	√	√	√	√ → L7b



√ → L7a2

- Bentuk Prima Terpilih :
- 0,1 mewakili $w'x'y'$
 - 0,2,8,10 mewakili $x'z'$
 - 10,11,14,15 mewakili wy

Jadi bentuk sederhana dari fungsi boole tersebut adalah :

$$f(w, x, y, z) = w'x'y' + x'z' + wy$$

Cont.

➤ Langkah 6 - 7

		minterm								
	Bentuk Prima	1	4	6	7	8	9	10	11	15
√	1,9	x					x			
√	4,6		x	x						
	6,7			x	x					
	7,15				x					x
	11,15								x	x
√	8,9,10,11					x	x	x	x	
		*	*			*		*		
		√	√	√	?	√	√	√	√	?

Sampai langkah ini masih ada 2 minterm (7 dan 15) yang belum tercakup. Bentuk Prima tersisa yang belum digunakan (6,7), (7,15) dan (11,15). Dari ketiga sisa bentuk prima ini dipilih (7,15) karena mencakup sekaligus sisa minterm 7 dan 15.

Cont.

➤ Langkah 6 - 7

		minterm								
	Bentuk Prima	1	4	6	7	8	9	10	11	15
√	1,9	x					x			
√	4,6		x	x						
	6,7			x	x					
√	7,15				x					x
	11,15								x	x
√	8,9,10,11					x	x	x	x	
		*	*			*		*		
		√	√	√	√	√	√	√	√	√

Bentuk Prima terpilih : 1,9 bersesuaian dengan $x'y'z$

4,6 bersesuaian dengan $w'xz'$

7,15 bersesuaian dengan xyz

8,9,10,11 bersesuaian dengan wx'

Jadi fungsi boole hasil penyederhanaan adalah :

$$f(w, x, y, z) = x'y'z + w'xz' + xyz + wx'$$

Latihan - 5

1. Dari tabel kebenaran berikut ini, tentukan output $Y = 1$ (SOP) dan $Y = 0$ (POS), dan gambarkan gerbang logikanya.

Desimal	A	B	Y
0	0	0	1
1	0	1	0
2	1	0	1
3	1	1	1

2. Dengan input 4 variabel, buatlah tabel kebenaran yang memberikan output 1 jika keempat variabel dikonversikan ke desimal merupakan bilangan yang habis dibagi 4. Tuliskan juga persamaan dari output 0 dan gerbang logikanya.
3. Sederhanakan fungsi boole berikut dengan peta karnaugh :

$$Y = \bar{A} C + A \bar{B} D + \bar{A} \bar{B} \bar{C} \bar{D} + A \bar{B} C \bar{D}$$

4. Tentukan bentuk sederhana dari fungsi Boolean yang merepresentasikan tabel kebenaran (Tabel 1) dalam bentuk SOP dan bentuk POS.

x	y	z	f(x,y,z)
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Cont.

5. Minimisasi fungsi Boolean $f(x, y, z) = x'z + x'y + xy'z + yz$ (K-Map)
6. Minimisasi fungsi Boolean $f(x, y, z) = \Sigma m(0,2,4,5,6)$ (K-Map)
7. Sederhanakan fungsi Boolean yang bersesuaian dengan peta Karnaugh di bawah ini dalam bentuk SOP.

$\begin{matrix} & wx \\ yz \end{matrix}$	00	01	11	10
00				
01			1	
11	1	1	1	1
10		1	1	1

8. Minimisasi fungsi Boolean $f(w, x, y, z) = w'x'y' + x'yz' + w'xyz' + wx'y'$
9. Minimisasi fungsi Boolean $f(w, x, y, z) = \Sigma m(0,1,2,4,5,6,8,9,12,13,14)$
10. Sederhanakan fungsi Boolean $f(w, x, y, z) = \Sigma m(0,1,2,5,8,9,10)$ ke dalam bentuk POS.
11. Sederhanakan fungsi $f(w, x, y, z) = (w + x')(w + x + y)(w' + x' + y')(w' + x + y + z'$ dengan menggunakan Peta Karnaugh. Hasil penyederhanaan dalam bentuk SOP dan POS.

Cont'

12. Sederhanakan fungsi $f(x, y, z, t) = xy' + xyz + x'y'z' + x'yzt'$
13. Minimasi fungsi yang telah dipetakan ke Peta Karnaugh di bawah ini dalam bentuk SOP dan bentuk POS.

x\y	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	1	1	1	0
z	0	1	1	0